

**НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ИМПУЛЬСНОГО РЕАКТОРА
ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ**

Физическая теория ядерного реактора есть, по существу, изложение способов решения газокинетического уравнения Больцмана в каком-либо приближении и толкование этого решения. Как правило, коэффициенты газокинетического уравнения, определяющие ядерно-физические свойства реактора и его геометрию, являются кусочно-постоянными функциями координат и не зависят от времени. Почти все созданные до настоящего времени методы и программы для решения уравнения Больцмана рассчитаны именно на такие реакторы.

Импульсный периодический режим работы ядерного реактора достигается путем модуляции реактивности, т. е. периодическим изменением свойств реактора во времени. Точный расчет изменения плотности нейтронов во времени в таком случае — задача невероятно трудная, скорее всего, практически неосуществимая. Читателям известно, что даже при не изменяющихся во времени свойствах реактора кинетический расчет возможен лишь в таких приближениях, где зависимость нейтронного потока от координат, энергии и угла исключается путем интегрирования (например, одноточечная модель кинетики, модель слабосвязанных зон и т. д.). Вся информация о ядерных свойствах, форме, геометрии реактора несут коэффициенты дифференциальных уравнений, называемые обычно *интегральными параметрами реактора* (в одноточечной модели это — $k_{эф}$, τ , λ , β). Расчет ИРПД также основывается на идеологии интегральных параметров, которые в этом случае зависят от времени. Сейчас только эти приближенные модели кинетики — единственный инструмент, с помощью которого можно разобратся в хаосе процессов, происходящих во время развития вспышки делений в реакторе на быстрых нейтронах.

§ 5.1. РАВНОВЕСНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ИРПД (СТАТИКА)

При определенном характере периодического изменения интегральных параметров достигается равновесный режим ИРПД, который характеризуется постоянным и самоподдер-

живающимся значением энергии, выделяющейся в реакторе за один период пульсации реактивности [1]. Поток нейтронов изменяется в течение периода в десятки и сотни тысяч раз. Тем не менее, методы и соотношения для расчета нейтронно-физических характеристик реактора в равновесном режиме мы назовем условно *статикой* ИРПД, чтобы отличить этот режим от *кинетики* переходных процессов в ИРПД.

Газокинетическое уравнение Больцмана для плотности потока нейтронов φ совместно с шестью уравнениями для запаздывающих нейтронов, проинтегрированное по фазовому объему реактора,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= (1 - \beta) \mathbf{I}\varphi - \mathbf{K}\varphi + \sum_i \lambda_i C_i + S; \\ \frac{\partial C_i}{\partial t} &= \beta_i \mathbf{I}\varphi - \lambda_i C_i \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

(где $n(t) = \int (\varphi/v) drdvd\Omega$; \mathbf{I} — оператор генерации нейтронов; \mathbf{K} — оператор «гибели» нейтронов) описывает статику (и кинетику) ИРПД, если рассматривать операторы \mathbf{I} и \mathbf{K} как функции времени.

В равновесном режиме ИРПД, очевидно, плотность нейтронов должна быть периодической функцией времени:

$$n(t) = n(t + mT_p), \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (5.2)$$

То же самое можно сказать о концентрации ИЗН:

$$C_i(t) = C_i(t + mT_p). \quad (5.2')$$

Проинтегрируем уравнения (5.1) по времени за один период; интегралы от левых частей уравнений равны нулю в силу условий (5.2) и (5.2'); внешний источник S положим равным нулю:

$$0 = (1 - \beta) \int_0^{T_p} \mathbf{I}\varphi dt - \int_0^{T_p} \mathbf{K}\varphi dt + \sum_i \lambda_i \int_0^{T_p} C_i dt;$$

$$0 = \beta_i \int_0^{T_p} \mathbf{I}\varphi dt - \lambda_i \int_0^{T_p} C_i dt.$$

Просуммировав шесть последних уравнений и исключив из полученных двух уравнений $\int_0^{T_p} C_i dt$, получим

$$0 = \int_0^{T_p} \mathbf{I}\varphi dt - \int_0^{T_p} \mathbf{K}\varphi dt.$$

Это уравнение напоминает условие критичности для обычного реактора:

$$I\varphi = K\varphi,$$

т. е. производство нейтронов в единицу времени за счет деления равно убыли нейтронов в единицу времени за счет поглощения и утечки.

Для ИРПД условие критичности выглядит несколько иначе:

$$\int_0^{T_p} I\varphi dt = \int_0^{T_p} K\varphi dt,$$

т. е. производство нейтронов деления за один период равно убыли нейтронов за счет поглощения и утечки тоже за один период.

Во время импульса производство нейтронов превышает их убыль; между импульсами «лишние» нейтроны успевают погибнуть, так что к следующему импульсу равновесие восстанавливается.

Период ИРПД T_p может включать в себя один или несколько импульсов (в последнем случае импульсы могут быть неодинаковыми по энергии и следовать друг за другом через неравные промежутки времени). В дальнейшем изложении рассматривается простейший режим ИРПД — в одном периоде содержится только один импульс; вывод соотношений статики и кинетики для более сложных случаев модуляции реактивности легко производится по той же схеме. В главах, посвященных технике ИРПД, в некоторых случаях разбираются вопросы физики таких режимов реактора.

Итак, рассмотрим систему, в которой коэффициент размножения нейтронов (в обычном смысле) периодически в течение некоторого времени $\Delta t \ll (1/\lambda_i)_{\min}$ изменяется таким образом, что оказывается больше $1 + \beta$; остальную часть периода $T_p \gg \Delta t$ коэффициент размножения остается постоянным и существенно меньшим 1.

Рассмотрим реактор, находящийся при значительной средней мощности, когда интенсивность внешнего источника нейтронов S много меньше, чем ИЗН, и им можно пренебречь.

Пока не будем интересоваться детальным изменением потока нейтронов (или мощности) во время вспышки делений. Введем величину M , равную отношению энергии импульса мощности к интенсивности ИЗН непосредственно перед началом импульса:

$$M = \frac{Q_0}{\int \sum_i \lambda_i C_{i0}(r') dr'} = \frac{\int \int \int drdE d\Omega dt v \Sigma_f \varphi}{\int \sum_i \lambda_i C_{i0}(r') dr'} \quad (5.3)$$

Считаем, что величина M , которую назовем фактором умножения нейтронов источника в импульсе, — интегральный параметр реактора, т. е. не зависит от пространственно-энергетического распределения ИЗН и их концентрации*.

Теперь обратимся к промежутку между импульсами. В глубоководкритическом реакторе собственный период (т. е. период изменения мощности реактора в отсутствие источника) очень мал, и вследствие этого справедливо квазистационарное приближение к уравнению Больцмана. Можно положить $dn/dt = 0$ в уравнениях (5.1 и после несложных преобразований исключить первое уравнение. Тогда

$$\frac{dC_i}{dt} = -\lambda_i C_i + \beta_i \frac{k_0}{1 - k_0(1 - \beta)} \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j, \quad (5.4)$$

где $k_0 = I\varphi/K\varphi$ — коэффициент размножения нейтронов между импульсами в обычном смысле. Система (5.4) описывает концентрации ИЗН в промежутке между импульсами мощности.

Подстановка общего решения уравнений (5.4)

$$C_i(t) = \sum_n A_{ni} \exp(p_n t), \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (5.5)$$

в систему исходных дифференциальных уравнений приводит к однородной системе алгебраических уравнений для коэффициентов A_{ni} :

$$(p_n + \lambda_i) A_{ni} + \frac{\beta_i}{\varepsilon_\Phi} \sum_{j=1}^6 \lambda_j A_{nj} = 0, \quad \text{где } \varepsilon_\Phi = -[1 - k_0(1 - \beta)]/k_0.$$

Из условия равенства детерминанта нулю определяем p_n ; они оказываются корнями следующего уравнения:

$$-\varepsilon_\Phi = \sum_i \beta_i \lambda_i / (p + \lambda_i).$$

Нетрудно убедиться, что

$$A_{ni} = \frac{\beta_i}{p_n + \lambda_i} B_n. \quad (5.6)$$

Это означает, что шесть коэффициентов из набора A_{ni} произвольны. Дополним систему (5.4) условиями периодичности изменения $C_i(t)$, что должно иметь место в ИРПД при стабильной амплитуде импульсов мощности:

$$C_i(t_1 + \Delta t) = C_i(t_1 + T_p) + \beta_i M \sum_j \lambda_j C_j(t_1 + T_p). \quad (5.7)$$

Здесь $t_1 + \Delta t$ — момент времени сразу после импульса; $t_1 + T_p$ — момент времени перед импульсом мощности.

* Фактор M рассмотрен подробно в § 5.3, 5.4.

Подстановка (5.5) в (5.7) с использованием (5.6) и условия $\Delta t \ll 1/\lambda_i$ дает систему из шести уравнений для коэффициентов B_n :

$$\sum_{n=1}^6 B_n \left[\frac{1 - \exp(\rho_n T_p)}{\rho_n + \lambda_i} + M \varepsilon_\phi \exp(\rho_n T_p) \right] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 6.$$

Ненулевое решение этой однородной системы существует при условии равенства ее детерминанта нулю:

$$\det [a_{in}] = 0, \quad a_{in} = \frac{1 - \exp(\rho_n T_p)}{\rho_n + \lambda_i} + M \varepsilon_\phi \exp(\rho_n T_p). \quad (5.8)$$

При выполнении равенства (5.8) удовлетворяется условие периодичности концентрации ИЗН (5.2'), и, следовательно, энергия импульсов мощности ИРПД, определенная по (5.3), $Q_0 = MS$, будет постоянна во времени. Один из коэффициентов B_n остается произвольным; это означает, что критическое условие (5.8) справедливо при любом уровне мощности реактора.

Соотношение критичности (5.8) можно рассматривать как уравнение относительно M при остальных заданных параметрах реактора (T_p , ε_ϕ , λ_i , β_i). Интегральный параметр M , как упоминалось выше, есть отношение числа нейтронов, генерированных во время импульса, к интенсивности источника нейтронов (обычно, запаздывающих нейтронов) и связан однозначно с уровнем реактивности аппарата. Количественно эта связь зависит от формы импульса реактивности. Значит, соотношение (5.8) является уравнением для определения такого значения реактивности, при котором ИРПД становится критическим. Максимальное значение реактивности на мгновенных нейтронах в импульсе, обеспечивающее критический режим работы ИРПД, называют *равновесной импульсной надкритичностью* и обозначают ε_{m0} .

Критическое условие в виде (5.8) никогда не употребляется из-за сложности расчетов. Приведем вид этого общего уравнения для одной группы запаздывающих нейтронов:

$$M\beta\lambda = \exp[\lambda T_p (1 + \beta/\varepsilon_\phi)] - 1. \quad (5.9)$$

Наиболее употребительна форма записи критического условия для случая часто повторяющихся импульсов. Ее получим, если в предыдущем уравнении используем условие $\lambda T_p \ll 1$:

$$M\beta/T_p + \beta/|\varepsilon_\phi| = 1, \quad (5.10)$$

где $|\varepsilon_\phi| = -[k_0(1-\beta)-1]/k_0$ — абсолютное значение реактивности между импульсами.

Можно доказать, что это же уравнение получается из общего уравнения (5.8) и для шести групп запаздывающих нейтронов при условии $\lambda_i T_p \ll 1$ для всех $i=1, 2, 3, \dots, 6$; при этом

$\beta = \sum_i \beta_i$. (Доказательство не приводится из-за громоздкости выкладок.)

Критическое условие (5.10) можно вывести, не прибегая к помощи дифференциальных уравнений для концентраций ИЗН. Очевидно, если $\lambda_i T_p \ll 1$, то интенсивность ИЗН за период практически не изменяется. Установившееся значение интенсивности источника равно

$$\sum_i \lambda_i C_i = Q\beta/T_p + N_\phi \beta = \sum_i \lambda_i C_i M\beta/T_p + \sum_i \lambda_i C_i \beta/|\varepsilon_\phi|.$$

Сокращая на $\sum_i \lambda_i C_i$, получаем соотношение (5.10).

Выведенное условие утверждает, что ИРПД находится в устойчивом состоянии только при единственном, определенном значении параметра M , подчиняющемся уравнениям (5.8) или (5.10). Уравнение (5.8) справедливо для любого T_p ; уравнение (5.10) является приближенным: оно тем точнее, чем меньше T_p . Попробуем оценить точность уравнения (5.10). Оно получено в предположении, что концентрации ИЗН постоянны. На самом деле интенсивность ИЗН возрастает за время импульса на величину $\Delta S = \sum_i S_0 M \beta_i \lambda_i$ и на столько же спадает

между импульсами (S_0 — интенсивность ИЗН перед началом импульса). Относительное изменение интенсивности ИЗН за период

$$\frac{\Delta S}{S_0} = M\beta \sum_i \frac{\beta_i}{\beta} \lambda_i \approx T_p \sum_i \frac{\beta_i}{\beta} \lambda_i$$

может служить мерой погрешности приближенного критического условия (5.10). Подставляя параметры запаздывающих нейтронов [2], получаем

$$\Delta S/S_0 \approx 0,4 T_p 1 \text{ с}^{-1}.$$

Значит, для $T_p \leq 0,25$ с соотношение (5.10) справедливо с погрешностью не более 10%.

При частоте повторения вспышек реактора менее 1—2 Гц следует учитывать распад ИЗН между импульсами. Приближенное критическое условие легко получить, если пренебречь накоплением ИЗН между импульсами (т. е. считать, что фоновая мощность равна нулю); оно запишется так:

$$M \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{\exp(\lambda_i T_p) - 1} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{M\beta}{T_p} \Phi = 1, \quad (5.11)$$

Значения величины $\Phi = \frac{T_p}{\beta} \sum_i \beta_i \lambda_i / [\exp(\lambda_i T_p) - 1]$, равной отношению интенсивности ИЗН в импульсном реакторе с периодом T_p к интенсивности ИЗН в стационарном реакторе той же

мощности, даны на рис. 5.1 для параметров запаздывающих нейтронов деления ^{239}Pu быстрыми нейтронами. Величина Φ характеризует уменьшение интенсивности ИЗН в импульсном реакторе с редко повторяющимися вспышками.

Нетрудно убедиться в том, что величина $M/T_p + 1/|\epsilon_\Phi|$ дает количество нейтронов, рождающихся в реакторе за период от одного «поджигающего» нейтрона. На один нейтрон деления образуется β нейтронно-активных осколков; значит, $M\beta/T_p + \beta/|\epsilon_\Phi| = k_{\text{и}}$ есть количество ИЗН, рождающихся за период,

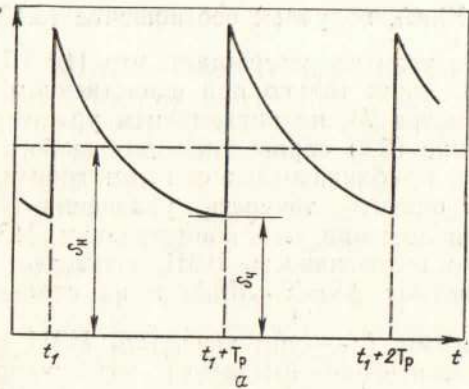
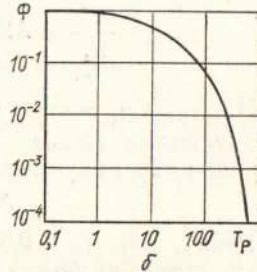


Рис. 5.1. Изменение интенсивности ИЗН в импульсном реакторе:

а — качественный характер зависимости интенсивности ИЗН от времени: — в ИРПД с периодом повторения вспышек T_p ; - - - в реакторе непрерывного действия (или в ИРПД с периодом $T_p \rightarrow 0$); б — величина Φ (отношение $S_{\text{и}}/S_{\text{н}}$, или поправочный коэффициент к критическому условию $(M\beta/T_p)\Phi = 1$), как функция периода повторения вспышек T_p , с



если произошел распад одного нейтронно-активного осколка. Величину $k_{\text{и}}$ можно назвать коэффициентом размножения нейтронов в ИРПД за период, или сокращенно *импульсным коэффициентом размножения*.

Соотношение $k_{\text{и}} = 1$ — критическое условие для ИРПД. Оно определяет необходимые свойства реактора и зависимость последних от времени, при которых обеспечивается постоянство амплитуды импульсов мощности ИРПД при любом достаточно высоком уровне мощности.

Конкретный вид связи M (или $k_{\text{и}}$) с характеристиками реактора (в том числе с уровнем реактивности) может быть выведен на основе приближенных моделей кинетики реактора во время вспышки на мгновенных нейтронах (см. § 5.4).

Если условие равновесного режима не выполняется, то импульсы мощности будут изменяться со временем. Запишем систему уравнений кинетики ИРПД в предположении, что длительность вспышки мощности равна нулю (т. е. во время вспышки происходит накопление ИЗН, но не происходит распада):

$$\left. \begin{aligned} Q_k &= M_k [S(t_k) + \sum_i \lambda_i C_i(t_k)]; \\ \frac{dC_i}{dt} &= -\lambda_i C_i + \frac{\beta_i}{|\epsilon_\Phi|} [S(t_k) + \sum_i \lambda_i C_i] + \beta_i Q_k \delta(t - kT_p) \end{aligned} \right\} (5.12)$$

(k — порядковый номер импульса). Такое приближение можно назвать *приближением δ -импульса*.

Начальные условия для $C_i(t)$ и задание M_k для каждого очередного импульса однозначно определяют Q_k — энергию этого импульса. Систему (5.12) рационально решать численно на ЭВМ.

Нетруден анализ кинетики ИРПД в случае $M_k = \text{const}$, т. е. иными словами, при постоянном коэффициенте размножения в импульсах. Пусть значение $M_k = M_0$ соответствует равновесному режиму работы ИРПД. Как было показано в предыдущем параграфе, это означает, что решение системы (5.12) имеет периодический характер. Если же $M > M_0$, то за время импульса образуется больше ИЗН, чем их успевают распасться за время между импульсами, на величину $\beta(M - M_0)S$ (здесь S — интенсивность ИЗН во время импульса). Интенсивность источников запаздывающих нейтронов, «поджигающих» следующий импульс, окажется больше S ; следующий импульс будет больше предыдущего и т. д. При $M < M_0$ энергия импульсов мощности монотонно убывает.

Рассмотрим качественно характер поведения ИРПД при внезапном изменении реактивности за время между соседними импульсами на некоторую величину $\Delta\epsilon \ll |\epsilon_m - \Delta k_{\text{МР}}|$ (напомним, что $\Delta k_{\text{МР}}$ — глубина модуляции реактивности; ϵ_m — максимальная реактивность в импульсе). До прихода следующего импульса мощность интенсивность ИЗН не изменится; максимальная реактивность в импульсе станет теперь $\epsilon_m + \Delta\epsilon$, и, соответственно, увеличится интеграл M . Энергия следующего импульса в соответствии с (5.12) в

$$x = (M_0 + \Delta M)/M_0 \quad (5.13)$$

раз больше энергии последнего перед скачком реактивности импульса — происходит мгновенное возрастание мощности импульса. В обычном реакторе постоянной мощности скачок реактивности также вызывает практически мгновенное повышение

мощности в $\beta/|\beta-\rho|$ раз при $|\rho| < \beta^*$. Для того чтобы и для ИРПД можно было использовать это соотношение, введем понятие *импульсной доли запаздывающих нейтронов* **:

$$\beta_n = M_0 / \left. \frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} \right|_{\epsilon_m = \epsilon_{m0}}$$

Тогда при достаточно малых значениях $\Delta M/M_0 \ll 1$ увеличение мощности выразится в виде

$$x \approx 1 + \rho/\beta_n \approx \beta_n/(\beta_n - \rho).$$

Таким образом, при возмущениях реактивности $\rho \ll \beta_n$ мгновенное изменение мощности в ИРПД и в обычном реакторе качественно следует одному закону, но при разных значениях эффективной доли запаздывающих нейтронов.

При достаточно большом скачке реактивности $\rho > \beta_n$ кинетика ИРПД качественно отличается от кинетики обычного реактора. Если в реакторе постоянного действия при $\rho > \beta_{эф}$ происходит быстрый разгон на мгновенных нейтронах, то для ИРПД формула (5.13) справедлива и в случае больших положительных и отрицательных ρ . Для того чтобы реактор «пошел» на мгновенных нейтронах, изменение реактивности, очевидно, должно превышать $|\epsilon_{\phi} - \beta|$.

Во втором, третьем и последующих импульсах после скачка реактивности значение M остается уже без изменений, но интенсивность ИЗН монотонно возрастает вследствие нарушения условия баланса между распадом и накоплением ИЗН. Энергия всех последующих импульсов также растет, но уже медленно, пропорционально росту интенсивности запаздывающих нейтронов. Такой процесс похож на разгон обычного реактора при небольших скачках реактивности.

Особенно отчетливо эта аналогия проявляется при рассмотрении кинетики ИРПД в приближении *непрерывной мощности* (образно его можно назвать *приближением «размазанного» импульса*). Применение этого метода дает возможность вывести количественные соотношения для описания нестационарных режимов ИРПД при высокой частоте следования импульсов (более 1—2 Гц). Считаем, что накопление ИЗН, вызванное импульсами мощности, происходит не сразу, а в течение одного периода и равномерно. Тогда вместо (5.12) имеем

$$Q_k = M \sum_i \lambda_i C_i(t_k);$$

$$\frac{dC_i}{dt} = -\lambda_i C_i + \beta_i \frac{1}{|\epsilon_{\phi}|} \sum_i \lambda_i C_i + \beta_i \frac{Q_k}{T_p},$$

* Здесь и далее в гл. 5 ρ обозначает скачок реактивности; для ИРПД $\rho \equiv \Delta \epsilon_{m0}$.

** Предложено И. И. Бондаренко и Ю. Я. Стависским в работе [1].

или

$$\bar{N} = \frac{M}{T_p} \sum_i \lambda_i C_i(t_k) + \frac{1}{|\epsilon_{\phi}|} \sum_i \lambda_i C_i; \quad (5.14)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = -\lambda_i C_i + \beta_i \bar{N}. \quad (5.15)$$

Теперь запишем уравнения кинетики обычного, неимпульсного реактора:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(\rho - \beta)N}{\tau} + \frac{\sum_i \lambda_i C_i}{\tau}; \quad (5.16)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = -\lambda_i C_i + \beta_i N. \quad (5.17)$$

Так как нас интересуют процессы изменения мощности лишь на запаздывающих нейтронах, то можно положить $\tau = 0$, и вместо (5.16) получим

$$N = \sum_i \lambda_i C_i \frac{1}{\beta - \rho}. \quad (5.16')$$

Уравнения для концентрации ИЗН (5.17) и (5.15) полностью идентичны; в уравнении (5.14) для средней мощности ИРПД заменим интенсивность ИЗН во время импульса $\sum_i \lambda_i C_i(t_k)$ текущим значением этой величины и перепишем уравнения (5.14) и (5.16') рядом для наглядности:

$$\bar{N} = \left(\frac{M}{T_p} + \frac{1}{|\epsilon_{\phi}|} \right) \sum_i \lambda_i C_i \quad \text{и} \quad N = \frac{\sum_i \lambda_i C_i}{\beta - \rho}. \quad (5.17)$$

Если заменить $(M/T_p + 1/|\epsilon_{\phi}|)$ выражением $1/(\beta - \rho^*)$, т. е. ввести величину $\rho^* = \beta - (M/T_p + 1/|\epsilon_{\phi}|)^{-1}$, то (5.14) и (5.16') становятся одинаковыми.

Решение уравнения кинетики на запаздывающих нейтронах обычного стационарного реактора есть:

$$N(t) = \sum_s A_s \exp(-t/T_s), \quad (5.18)$$

где A_s определяются начальными условиями, а T_s — корни характеристического уравнения

$$\frac{\rho}{\beta} = \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\beta} \frac{1}{1 + \lambda_i T_s}. \quad (5.19)$$

Последнее уравнение называется уравнением «обратных часов».

Из идентичности систем (5.14), (5.15) и (5.16'), (5.17) следует, что энергия импульса за период ИРПД в нестационарном режиме также изменяется в соответствии с формулой (5.18); периоды T_s определяются уравнением «обратных часов», в котором реактивность ρ заменена величиной $\rho^* = \beta - [M/T_p + 1/|\epsilon_\Phi|]^{-1}$:

$$\frac{\rho^*}{\beta} = \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i/\beta}{1 + \lambda_i T_s} \quad (5.20)$$

Если считать, что $\rho^*/\beta = (k_n - 1)/k_n$, то величина $k_n = (M/T_p + 1/\epsilon_\Phi)\beta$ для импульсного реактора соответствует эффективному коэффициенту размножения, а $(k_n - 1)/k_n$ — реактивности в единицах β в обычном реакторе. Если $k_n = 1$, то из уравнения (5.20) следует $T_s = \infty$, т. е. реактор критический. Критическое условие $M\beta/T_p + \beta/|\epsilon_\Phi| = 1$ было получено и ранее, при рассмотрении равновесного режима работы ИРПД.

Обозначим M_0 значение M , соответствующее критическому условию. Тогда вместо (5.20) получим

$$\frac{M - M_0}{M + T_p/|\epsilon_\Phi|} = \sum_{i=1}^6 \frac{a_i}{1 + \lambda_i T_s}, \quad a_i = \beta_i/\beta \quad (5.21)$$

Уравнение для периода разгона (или спада) мощности ИРПД при $M \neq M_0$ в виде (5.21) не содержит явно эффективной доли запаздывающих нейтронов; влияние ее сказывается через M_0 . Этот интересный факт означает, что скорость разгона или спада энергии импульсов мощности очень слабо зависит от выхода запаздывающих нейтронов, а только от временных постоянных распада ИЗН и уровня реактивности.

Соотношение (5.21) было получено в предположении, что энергия в импульсном реакторе выделяется равномерно за период. Более строгий анализ показывает, что оно справедливо при условии $M\beta\lambda \ll 1$, или $M_0/M \gg \lambda T_p$.

При достаточно малом значении $x = (M - M_0)/M_0$ и $M \gg T_p/|\epsilon_\Phi|$ левую часть уравнения (5.20) можно представить в виде

$$\frac{\rho^*}{\beta} = \frac{M - M_0}{M_0 + T_p/|\epsilon_\Phi|} \approx \frac{\Delta M}{M_0} \approx \frac{1}{M_0} \left. \frac{\partial M}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon = \epsilon_{m0}} \Delta \epsilon_m = \frac{\rho}{\beta_n},$$

где $\beta_n = M_0 \left. \frac{\partial M}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon = \epsilon_{m0}}$. Теперь соотношение (5.20) приняло вид уравнения «обратных часов», в котором эффективная доля запаздывающих нейтронов заменена величиной β_n . Значение β_n

для ИРПД обычно существенно, в 10—20 раз, меньше $\beta_{эф}$. Вследствие этого ИРПД оказывается намного чувствительнее к скачкам реактивности, чем реактор стационарного действия.

Введение новой величины $\mathcal{P} = (k_n - 1)/k_n = 1 - [M\beta/T_p + \beta/|\epsilon_\Phi|]^{-1}$, которую можно назвать *импульсной реактивностью*, позволяет пользоваться обычными формулами нейтронной кинетики, где реактивность, выраженная в единицах β , заменена на \mathcal{P} . Так, для мгновенного скачка мощности имеем

$$Q/Q_0 = 1/(1 - \mathcal{P});$$

для периода разгона реактора на запаздывающих нейтронах T :

$$\mathcal{P} = \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i/\beta}{1 + \lambda_i T} \quad (5.20')$$

В общем случае импульсная реактивность нелинейно связана с абсолютной реактивностью. Импульсная реактивность изменяется в диапазоне от $-\infty$ до $+1$ при изменении абсолютной реактивности от -1 до $+\infty$.

Однако при небольших изменениях реактивности (существенно меньших β_n) импульсная реактивность пропорциональна абсолютной: $\rho^*/\beta_{эф} = \mathcal{P} = \rho/\beta_n$ (см. выше). Следовательно, для ИРПД удобно градуировать управляющие стержни в долях β_n . Изменение реактивности в ИРПД, скажем, на $0,30 \beta_n$ приводит к такому же разгону, что и реактивность в $0,30 \beta_{эф}$ в стационарном реакторе ($T_{1/2} = 21,2$ с для плутониевого реактора).

Реактивность, выраженную в долях β_n , можно использовать и при больших надкритичностях: $\rho \sim \beta_n$; при этом левую часть уравнения «обратных часов» (5.20') следует вычислить по приближенному соотношению:

$$\mathcal{P} \approx [1 - \exp(-\rho/\beta_n)].$$

§ 5.3. О ФАКТОРЕ УМНОЖЕНИЯ НЕЙТРОНОВ В ИМПУЛЬСЕ

Во всем предшествующем изложении физической теории ИРПД сознательно обойден вниманием расчет введенного фактора M — отношения производства нейтронов в течение импульса мощности к интенсивности источника нейтронов, действующего в начале этого импульса (или энергии импульса мощности для источника интенсивностью 1 нейтр./с). Эта небольшая хитрость позволила нам наглядно показать основные соотношения статики и кинетики ИРПД, выявить его главные свойства, доказать качественную аналогию ИРПД с реактором непрерывного действия без привлечения упрощающих расчетных моделей и без конкретизации вида модуляции реактивности с единственным предположением, что длительность вспышки реактора на мгновенных нейтронах много меньше времени жизни самой короткоживущей группы запаздывающих нейтронов и времени между последовательными импульсами.

По определению

$$M = \frac{\iiint dE dr d\Omega dt \nu \Sigma_f \varphi(r, \Omega, E, t)}{\int \sum_i \lambda_i C_i(r) dr} \quad (5.22)$$

где $C_i(r)$ — концентрация ИЗН в начале импульса в точке r . Очевидно, что основной вклад в величину M дает поток нейтронов вблизи своего максимального (по времени) значения — там, где источник нейтронов ввиду малости его интенсивности по сравнению с интенсивностью делений не играет уже сколько-нибудь заметной роли в процессе размножения. Поэтому интенсивность источника можно считать постоянной по времени.

Ввиду линейности уравнения Больцмана относительно члена источника можно записать плотность потока нейтронов следующим образом:

$$\varphi(r, \Omega, E, t) = \sum_i \lambda_i \int dr' C_i(r') p_i(r', r, \Omega, E, t).$$

Здесь $p_i(r', r, \Omega, E, t)$ — вклад в плотность потока нейтронов от изотропного ИЗН i -й группы единичной интенсивности, находящегося в точке r' .

Далее используем известный в физической теории реакторов факт, что каждый нейтрон в реакторе «помнит» судьбу своих «предков» только в течение 4—5 поколений; другими словами, на распределение потока нейтронов в реакторе оказывает влияние распределение источников нейтронов, которое имело место не далее как за 4—5 поколений до рассматриваемого момента времени. Развитие же импульса происходит в течение времени, которое в несколько тысяч раз больше времени «жизни» поколения нейтронов, поэтому можно утверждать, что для того интервала времени, который вносит основной вклад в M , плотность потока нейтронов может быть выражена в следующем виде:

$$\varphi(r, \Omega, E, t) = \sum_i \lambda_i \int C_i(r') \Phi_i^+(r') dr' P(r, \Omega, E, t),$$

где $\Phi_i^+(r')$ не зависит от времени и может быть названа ценностью ИЗН в точке r' относительно делений в импульсе.

Таким образом, параметр M на самом деле зависит от пространственно-энергетического распределения ИЗН в начале импульса и постоянных времени их распада. Чтобы сохранить определение M как интегрального параметра, которое дано в § 5.1 и использовалось при выводе формул кинетики, следует в знаменателе выражения (5.22) под $C_i(r)$ понимать *эффективную концентрацию* ИЗН, т. е.

$$C_i^+ = \int C_i(r) \Phi_i^+(r) dr.$$

Тогда

$$M = \iiint \int dr dE dt d\Omega v \Sigma_f P(r, E, \Omega, t). \quad (5.23)$$

Подынтегральное выражение уже не зависит от параметров источника, и величина M действительно становится интегральной характеристикой реактора. При таком определении M в формулы кинетики следует ввести также эффективные величины.

В приближении «непрерывной мощности» теперь

$$k_{\text{н}} = M\beta^*/T + \beta^*/|\epsilon_{\Phi}|,$$

где $\beta^* = \sum_i \beta_i C_i^+ / C_i$, а C_i^+ / C_i — ценность ИЗН, усредненная по всей активной зоне с «весом», определяемым пространственным распределением ИЗН; $\beta^* \approx \beta_{\text{эф}}$.

Рассмотрение кинетики ИРПД в приближении δ -импульса показывает, что эффективные доли запаздывающих нейтронов в принципе различны для времени развития импульса и фоновой промежутка. Импульсный коэффициент размножения определяется тогда выражением,

$$k_{\text{н}} = M\beta_1^*/T + \beta_2^*/|\epsilon_{\Phi}|,$$

в котором различаются

$$\beta_1^* = \Sigma \beta_i (\Phi_0, \Phi_0^+) \quad \text{и} \quad \beta_2^* = \Sigma \beta_i \frac{(\Phi_0, \Phi_1^+) (\Phi_1, \Phi_0^+)}{(\Phi_0, \Phi_0^+)},$$

Оператор (x, y) означает скалярное произведение функций, а $\Phi_0(r)$, $\Phi_0^+(r)$, $\Phi_1(r)$, и $\Phi_1^+(r)$ — нормированные на единицу распределения плотности делений и ценности нейтронов по реактору для импульса (индекс 0) и фоновой промежутка (индекс 1) соответственно. Практически β_1^* и β_2^* совпадают между собой и с $\beta_{\text{эф}}$ — эффективной долей запаздывающих нейтронов в критическом реакторе*.

Расчет M должен сводиться к решению нестационарного уравнения Больцмана во время импульса мощности с любым постоянно действующим нейтронным источником единичной интенсивности с последующим интегрированием по времени и делением результата на «ценность» источника в критическом реакторе.

Параметр M ($[M]=c$) численно равен времени, в течение которого источник (эффективный) излучает столько нейтронов, сколько их выделяется за время вспышки. В одноточечной модели кинетики M есть энергия импульса при интенсивности источника 1 нейтр./с.

* Кроме тех случаев модуляции реактивности, когда в подвижном элементе есть делящиеся изотопы, тем более, если они не такие, как в активной зоне. Например, для реактора ИБР-30 $\beta_1^*/\beta_2^* = 1,4$.

§ 5.4. ДЕТАЛЬНЫЙ РАСЧЕТ ИМПУЛЬСА МОЩНОСТИ ИРПД
В ОДНОТОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ КИНЕТИКИ

Уравнение для мгновенной мощности реактора в рамках од-
ноточечной модели

$$dN/dt = \epsilon(t)N/\tau + S/\tau. \quad (5.24)$$

В этом уравнении интенсивность постоянно действующего
источника нейтронов S складывается из интенсивности внеш-
него источника и интенсивности ИЗН от предшествующих

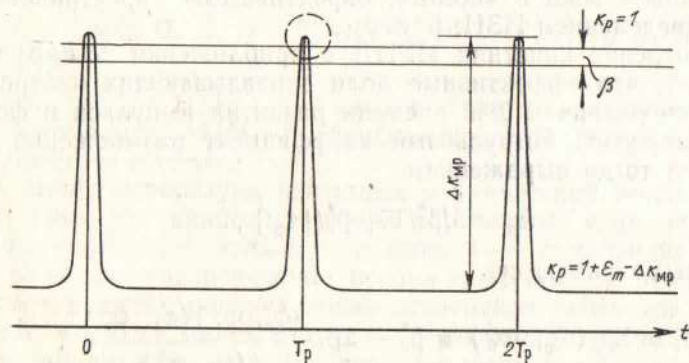


Рис. 5.2. Пульсация реактивности ИРПД (T_p — период пульса-
ции реактивности; $k_p=1$ — уровень реактивности, соответ-
ствующий критичности на мгновенных нейтронах; Δk_{MP} — глубина
модуляции реактивности)

импульсов мощности. Как и ранее, предполагаем, что всплеск
реактивности $\epsilon(t)$ продолжается малое время, которое значи-
тельно меньше самого короткого периода распада ИЗН. По-
этому можно пренебречь изменением интенсивности источника
в течение импульса за счет распада ИЗН; накопление ИЗН
во время импульса также несущественно, что было показано в
§ 5.1 и 5.3.

Специфичен для ИРПД в обычном уравнении (5.24) вид
функции $\epsilon(t)$. В тех ИРПД, которые действуют или проекти-
руются, пульсация реактивности создается периодическим дви-
жением части (или частей) реактора (активной зоны или отра-
жателя), называемой модулятором реактивности (МР); ско-
рость изменения реактивности зависит от геометрии МР, его
ядерных свойств и пропорциональна скорости его движения.
Зависимость $\epsilon(t)$ приведена на рис. 5.2 и 5.3. Основной рост
мощности начинается с того момента, когда реактор становится
надкритическим на мгновенных нейтронах (момент времени $-t_1$
на рис. 5.3). Мощность увеличивается, пока $\epsilon(t)$ остается
положительной, и достигает максимума при $\epsilon=0$ (момент t_1).

При $t > t_1$ происходит быстрый спад мощности до низкого зна-
чения, определяемого отрицательной реактивностью ϵ_f между
импульсами мощности. Разность между максимальной реактив-
ностью ϵ_m и реактивностью между импульсами ϵ_f есть глубина
модуляции реактивности: $\Delta k_{MP} = \epsilon_m - \epsilon_f$. Глубина модуляции
реактивности Δk_{MP} , а также детальный вид функции $\epsilon(t)$ опре-
деляются конструкцией МР и материалом его; но значение ϵ_m
(и, соответственно, ϵ_f) зависит от общего запаса реактивности

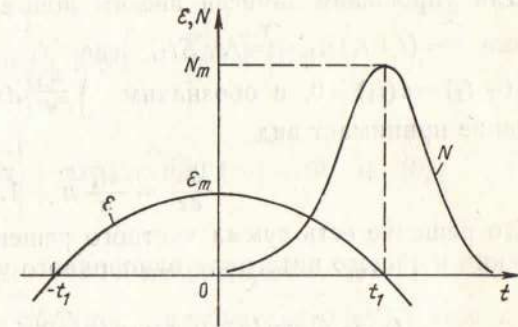


Рис. 5.3. Качественная кар-
тина формирования импуль-
са мощности

в реакторе. Например, смещение регулирующего стержня тот-
час же изменяет величину ϵ_m — вся кривая $\epsilon(t)$ смещается
вверх или вниз по оси ординат. Реактивность — функция вза-
имного положения МР и неподвижной части активной зоны (в
некоторых случаях — функция взаимного положения частей
МР; этот вариант обсуждается в § 6.5):

$$\epsilon = \epsilon_m - \epsilon_{MP}(x),$$

где x — смещение МР от положения, соответствующего ϵ_m .
При симметричном движении МР $\epsilon_{MP}(x)$ — четная функция;
при разложении ее в ряд Тейлора в окрестности $x=0$ нечетные
производные исчезают:

$$\epsilon = \epsilon_m - \frac{1}{2} \frac{d^2 \epsilon_{MP}}{dx^2} \Big|_{x=0} x^2 - \frac{1}{24} \frac{d^4 \epsilon_{MP}}{dx^4} x^4 - \dots$$

или в координатах времени

$$\epsilon(t) = \epsilon_m - \alpha v^2 t^2 - \hat{\beta} v^4 t^4.$$

$$\text{Здесь } \alpha = \frac{1}{2} \frac{d^2 \epsilon}{dx^2} \Big|_{x=0} \text{ и } \hat{\beta} = \frac{1}{24} \frac{d^4 \epsilon}{dx^4} \Big|_{x=0}.$$

И. И. Бондаренко и Ю. Я. Стависский предложили аппрок-
симировать форму импульса реактивности вблизи мгновенной
критичности квадратической параболой ($\hat{\beta}=0$) [1]; в дальней-
шем законность такого приближения была доказана на практи-

ке (см. [3], а также гл. 6). Это дает возможность получить точное аналитическое решение уравнения (5.24); однако начнем с приближенного решения для общего вида функции $\varepsilon_{\text{ЭМР}}(x)$.

Реактивность $\varepsilon(t)$ — произвольная функция времени (приближенное решение). Переходим к решению уравнения

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\varepsilon(t)N}{\tau} + \frac{S}{\tau}.$$

Для упрощения записей введем новые безразмерные переменные $\hat{x} = (t+t_1)/t_1$, $\hat{n} = N\tau/St_1$, где t_1 определено из условия $\varepsilon(-t_1) = \varepsilon(t_1) = 0$, и обозначим $\int_{-\infty}^{\hat{x}} d\hat{x} = b(\hat{x})$. Исходное уравнение принимает вид

$$\frac{d\hat{n}}{d\hat{x}} = \frac{\varepsilon t_1}{\tau} \hat{n} + 1.$$

Его решение есть сумма частного решения неоднородного уравнения и общего интеграла однородного уравнения:

$$\hat{n}(\hat{x}) = C \exp[b(\hat{x})] + \exp[b(\hat{x})] \int_{-\infty}^{\hat{x}} \exp[-b(\hat{x}')] d\hat{x}'.$$

Коэффициент C определяется начальным уровнем мощности перед импульсом, и его можно считать равным нулю. Решение

$$\hat{n}(\hat{x}) \approx \exp[b(\hat{x})] \int_{-\infty}^{\hat{x}} \exp[-b(\hat{x}')] d\hat{x}' \quad (5.25)$$

можно существенно упростить, если аппроксимировать ход реактивности при $\hat{x} < 0$ и на небольшом участке $[0, \hat{x}_1 > 0]$ линейной функцией $\varepsilon(t) = \gamma(t+t_1)$, или $\varepsilon(\hat{x}) = \gamma\hat{x}t_1$; очевидно, $\gamma = \left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_{t=-t_1}$.

Тогда решение исходного уравнения в точке $\hat{x} = 0$ после подстановки $\varepsilon(\hat{x})$ в формулу (5.25) запишется в виде

$$\hat{n}(0) \approx \int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{\gamma t_1^2}{2\tau} \hat{x}^2\right) d\hat{x} = \sqrt{\frac{\pi\tau}{2\gamma}} \frac{\Phi(\infty)}{t_1} \quad (5.26)$$

$$\text{или} \quad N(-t_1) = S \sqrt{\pi/2\tau\gamma}. \quad (5.26')$$

Здесь $\Phi(\infty)$ — предельное значение интеграла вероятности.

Заметим, что интеграл вероятности $\Phi(\hat{x})$ очень быстро сходится. Если нижним пределом в (5.26) поставить $-\hat{x}_1 = -2\sqrt{\tau/\gamma}/t_1$, то значение интеграла равно $\sim 0,95$; при $-\hat{x}_1 = -3\sqrt{\tau/\gamma}/t_1$ уже $\sim 0,997$. Это означает, что формула (5.26) для

$\hat{n}(0)$ [или $N(-t_1)$] будет справедлива и в том случае, когда линейная зависимость $\varepsilon(\hat{x})$ верна не всюду при $\hat{x} < 0$, а лишь в некоторой окрестности нуля порядка $\sqrt{\tau/\gamma}/t_1$.

Переходим в область $\hat{x} > 0$ — область надкритичности на мгновенных нейтронах. Значение $\hat{n}(\hat{x})$ для $\hat{x} < \hat{x}_1$ по-прежнему связано с интегралом ошибок:

$$\hat{n}(\hat{x}) = \exp[b(\hat{x})] \left\{ \int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{\gamma t_1^2}{2\tau} \hat{x}^2\right) d\hat{x} + \int_0^{\hat{x}} \exp\left(-\frac{\gamma t_1^2}{2\tau} \hat{x}^2\right) d\hat{x} \right\} = \exp[b(\hat{x})] \{ \Phi(\infty) + \Phi(\hat{x}) \} \hat{n}(0).$$

Если область линейности $\varepsilon(\hat{x})$ простирается до $\hat{x}_1 \geq (2 \div 3)\sqrt{\tau/\gamma}/t_1$, то на границе области значение $\hat{n}(\hat{x})$ стремится к $2\hat{n}(0)\exp[b(\hat{x})]$. А это есть решение однородного уравнения $d\hat{n}^*/d\hat{x} = \hat{n}^* \varepsilon t_1/\tau$ с начальным условием $\hat{n}^*(0) = 2\hat{n}(0)$. Таким образом, фактически доказано, что влиянием источника нейтронов можно пренебречь начиная с некоторого момента $t \geq -t_1 + 2\sqrt{\tau/\gamma}$ — после этого момента решения однородного и неоднородного уравнений совпадают. Физически это означает, что размножение нейтронов в импульсе уже достаточно велико. Формально можно опустить член, содержащий интенсивность источника, и с момента $\hat{x} = 0$, т. е. с момента перехода реактора через критичность на мгновенных нейтронах, положив значение мощности реактора при $\hat{x} = 0$ равным удвоенному истинному значению. Итак, при $\hat{x} > 0$

$$\hat{n}(\hat{x}) = 2\hat{n}(0) \exp[b(\hat{x})]. \quad (5.27)$$

Здесь уместно обратить внимание на то, что в выражении (5.27) для безразмерной мощности изменение реактивности во времени $\varepsilon(\hat{x})$ не присутствует в явном виде, а только под интегралом:

$b(\hat{x}) = \int_0^{\hat{x}} \frac{\varepsilon(\hat{x}')t_1}{\tau} d\hat{x}'$. Следовательно, полученное приближенное решение (5.27) не зависит от детального хода реактивности; мощность реактора растет по экспоненте с показателем, равным

Сводка формул статики и кинетики

Величина или функция	Вид модуляции реактивности	
	(1)*	(2)*
Мощность между ^{2*} импульсами, нейтр./с.	$\frac{1}{ \varepsilon_m - \Delta k_{MP} }$	$\frac{1}{ \varepsilon_m - \Delta k_{MP} }$
Максимальная мощность в импульсе ^{2*} N_m , нейтр./с.	$\left(\frac{1}{\varepsilon_m} + \frac{1}{ \varepsilon_\Phi }\right) \times \exp\left(\frac{2\varepsilon_m t_1}{\tau}\right)$	$\sqrt{\frac{2\pi}{\gamma\tau}} \exp\left(\frac{\varepsilon_m^2}{\gamma\tau}\right)$
Форма импульса	$N_m \exp\left(\frac{\varepsilon(t) \cdot (t - t_1)}{\tau}\right)$	$N_m \exp\left(-\frac{\gamma(t - t_1)^2}{2\tau}\right)$
Фактор M (энергия импульса $Q_0 = MS$)	$\tau \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_m} + \frac{1}{ \varepsilon_\Phi }\right)^2 \times \exp\left(\frac{2\varepsilon_m t_1}{\tau}\right)$	$\frac{2\pi}{\gamma} \exp\left(\frac{\varepsilon_m^2}{\gamma\tau}\right)$
Эффективная длительность импульса $\theta_{эф}$	$\tau \left(\frac{1}{\varepsilon_m} + \frac{1}{ \varepsilon_\Phi }\right)$	$\sqrt{\frac{2\pi\tau}{\gamma}}$
Полуширина импульса $\theta_{1/2}$	$\ln 2 \cdot \tau \left(\frac{1}{\varepsilon_m} + \frac{1}{ \varepsilon_\Phi }\right)$	$\sqrt{\frac{8 \ln 2\tau}{\gamma}}$
Импульсная доля запаздывающих нейтронов β_n	$\frac{1}{2 \left(\frac{t_1}{\tau} - \frac{1}{\varepsilon_m}\right)}$	$\frac{\gamma\tau}{2\varepsilon_m}$
Относительное изменение энергии импульса при малом скачке реактивности ($\Delta\varepsilon_m \ll \beta_n$)	$\frac{\Delta\varepsilon_m}{\beta_n} 4^*$	$\frac{\Delta\varepsilon_m}{\beta_n} 4^*$
	$\frac{\beta_n \sum_{i=1}^6 \beta_i/\lambda_i}{\Delta\varepsilon_m \beta_{эф}}$	$\frac{\beta_n \sum_{i=1}^6 \beta_i/\lambda_i}{\Delta\varepsilon_m \beta_{эф}}$

- * (1) — ступенчатое изменение реактивности ($\varepsilon(t) = \text{const} = \varepsilon_m$ для $|t| < t_1$);
 (2) — линейное изменение реактивности.
 (3) — произвольная четная функция $\varepsilon(t)$, гауссовское приближение, $\varepsilon(t_1) = 0$, $\gamma = d\varepsilon/dt$ при $t = t_1$.
 (4) — квадратическая парабола ($\varepsilon(t) = \varepsilon_m - \alpha v^2 t^2$), гауссовское приближение.
 (5) — квадратическая парабола, точное решение.

ИРПД в одноточечной модели

Величина или функция	во время импульса		
	(3)*	(4)*	(5)*
Мощность	$\frac{1}{ \varepsilon_m - \Delta k_{MP} }$	$\frac{1}{ \varepsilon_m - \Delta k_{MP} }$	$\frac{1}{ \varepsilon_m - \Delta k_{MP} }$
Максимальная мощность в импульсе	$\sqrt{\frac{2\pi}{\gamma\tau}} \exp\left(\int_{-t_1}^{t_1} \frac{\varepsilon}{\tau} dt\right)$	$\frac{\sqrt{\pi B}}{\varepsilon_m} \exp\left(\frac{4}{3} B\right)$	$\frac{\sqrt{\pi B}}{\varepsilon_m} \exp\left(\frac{4}{3} B\right) L(B)$
Форма импульса	$N_m \exp\left(-\frac{\gamma(t - t_1)^2}{2\tau}\right)$	$N_m \exp\left[-\frac{B\alpha v^2}{\varepsilon_m} \times (t - t_1)^2\right]$	$N_m \exp\left[-B\rho^2 \left(1 + \frac{\rho}{3}\right)\right]$, $\rho = \frac{t - t_1}{t_1}$
Фактор M (энергия импульса $Q_0 = MS$)	$\frac{2\pi}{\gamma} \exp\left(\int_{-t_1}^{t_1} \frac{\varepsilon}{\tau} dt\right)$	$\frac{\pi B\tau}{\varepsilon_m^2} \exp\left(\frac{4}{3} B\right)$	$\frac{\pi B\tau}{\varepsilon_m^2} \exp\left(\frac{4}{3} B\right) [L(B)]^2$
Эффективная длительность импульса $\theta_{эф}$	$\sqrt{\frac{2\pi\tau}{\gamma}}$	$\sqrt{\frac{\pi B}{\varepsilon_m}} \tau$	$\frac{\sqrt{\pi B}}{\varepsilon_m} \tau L(B)$
Полуширина импульса $\theta_{1/2}$	$\sqrt{\frac{8 \ln 2\tau}{\gamma}}$	$\frac{2\sqrt{B \ln 2}}{\varepsilon_m} \tau$	$\frac{2\sqrt{B \ln 2}}{\varepsilon_m} \tau X(B)^{3*}$
Импульсная доля запаздывающих нейтронов β_n	$M / \left. \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_m} \right _{\varepsilon_m = \varepsilon_{m0}}$	$\frac{\varepsilon_m}{2B - 1/2}$	$\frac{\varepsilon_m}{(2B - 1/2) L^2(B)}$
Относительное изменение энергии импульса при малом скачке реактивности ($\Delta\varepsilon_m \ll \beta_n$)	$\frac{\Delta\varepsilon_m}{\beta_n} 4^*$	$\frac{\Delta\varepsilon_m}{\beta_n} 4^*$	$\frac{\Delta\varepsilon_m}{\beta_n} 4^*$
	$\frac{\beta_n \sum_{i=1}^6 \beta_i/\lambda_i}{\Delta\varepsilon_m \beta_{эф}}$	$\frac{\beta_n \sum_{i=1}^6 \beta_i/\lambda_i}{\Delta\varepsilon_m \beta_{эф}}$	$\frac{\beta_n \sum_{i=1}^6 \beta_i/\lambda_i}{\Delta\varepsilon_m \beta_{эф}}$

* (3) Мощность приводится для источника интенсивностью 1 нейтр./с.

3*) $X(B) = \sqrt{3B \ln 2} \sin\left\{\frac{2}{3} \arcsin\left[\frac{3 \ln 2}{4B}\right]^{1/2}\right\}$ (см. [4]).

4*) Значение ε_m соответствует равновесной работе ИРПД — критическому состоянию.

площади между кривой $\varepsilon(\hat{x})t_1/\tau$ и осью абсцисс в интервале от 0 до \hat{x} .

Максимальное значение мощности достигается при $\hat{x}=2$ (в этот момент реактор вновь возвращается в состояние подкритичности на мгновенных нейтронах): $\hat{n}(2) = 2\hat{n}(0) \exp[b(2)]$.

При $\hat{x} > 2$ мощность монотонно спадает до фонового значения.

Гауссово приближение к форме импульса. Снова сделаем предположение о линейности $\varepsilon(\hat{x})$ при $\hat{x} \sim 2$: $\varepsilon(\hat{x}) = \gamma t_1(2 - \hat{x})$. Тогда

$$\hat{n}(\hat{x}) = \hat{n}(2) \exp \left\{ \int_2^{\hat{x}} \frac{\varepsilon(\hat{x}) t_1}{\tau} d\hat{x} \right\} = \hat{n}(2) \exp \left[-\frac{\gamma t_1^2}{2\tau} (2 - \hat{x})^2 \right].$$

Переходя к размерным переменным, запишем

$$N(t) = N_m \exp[-\gamma(t - t_1)^2/2\tau]. \quad (5.28)$$

Получено простое выражение для функции изменения мощности реактора вблизи максимального значения; импульс мощности имеет форму кривой Гаусса. Фактор M , который характеризует энергию импульса при единичном источнике, оказывается равным

$$M = \frac{1}{S} \int_{-\infty}^{\infty} N(t) dt = \sqrt{\frac{2\pi}{\tau\gamma}} \exp[b(2)] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{\gamma(t - t_1)^2}{2\tau}\right] dt = \frac{2\pi}{\gamma} \exp[b(2)]; \quad M = \frac{2\pi}{\gamma} \exp[b(2)]. \quad (5.29)$$

Этот практически ценный результат сформулируем также словами:

Размножение источника в импульсе пропорционально экспоненте с показателем, равным площади под кривой $\varepsilon(t)/\tau$ за время, в течение которого реактор надкритичен на мгновенных нейтронах.

Из формул (5.28) и (5.29) читатель без труда выведет соотношения для M , эффективной длительности импульса $\theta_{эф} = MS_0/N_m$, длительности импульса на половине высоты — полуширины импульса и другие величины в случае параболической формы модуляции реактивности $\varepsilon(t) = \varepsilon_m - \alpha v^2 t^2$ (табл. 5.1).

Параболическая зависимость реактивности от времени $\varepsilon(t) = \varepsilon_m - \alpha v^2 t^2$ (точное решение). Для параболической зависимости $\varepsilon(t)$ исходное уравнение (5.24) может быть проинтегрировано аналитически без сделанных выше приближений. Опуская детальный ход решения, приведем окончательные результаты.

Мгновенное значение мощности в точке $(-t_1)$

$$N(-t_1) = S \sqrt{\frac{\pi}{2\tau\gamma}} \frac{2\varepsilon_m^{3/4}}{\sqrt{\pi} \alpha^{1/4} v^{1/2} \tau^{1/2}} \int_0^{\infty} \exp\left[-Bx^2 \left(1 + \frac{x}{3}\right)\right] dx = S \sqrt{\frac{\pi}{2\tau\gamma}} F(B)$$

отличается от полученного приближенного соотношения множителем $F(B)$, который представляет собой функцию безразмерного параметра

$$B = \varepsilon_m^{3/2} / \alpha^{1/2} v \tau.$$

Максимальное значение мощности в импульсе

$$N_m(t_1) = S \sqrt{\frac{2\pi}{\tau\gamma}} \exp\left(\frac{4}{3}B\right) \left\{ F(B) + \sqrt{\frac{B}{\pi}} \int_0^2 \exp\left[-Bx^2 \left(1 - \frac{x}{3}\right)\right] dx \right\} = S \frac{\sqrt{B\pi}}{\varepsilon_m} \exp\left(\frac{4}{3}B\right) L(B)$$

отличается от приближенного значения множителем $L(B)$, который близок к 1 для $B > 1$. Функции $F(B)$ и $L(B)$ приведены на рис. 5.4. Интересно, что значения трансцендентных функций $F(B)$ и $L(B)$ были вычислены непосредственно как отношение точного численного решения уравнения (5.24) на ЭВМ в точках $-t_1$ и t_1 к приближенному решению (5.26), (5.27). Форму импульса мощности можно описать, как и ранее, только приближенно, однако на этот раз погрешность приближения меньше 0,1% для $B > 2$ и уменьшается с ростом B :

$$\frac{N(t)}{S} \approx \frac{\sqrt{B\pi}}{\varepsilon_m} L(B) \exp\left\{-\frac{Bx^2}{3} (\hat{x} - 3)\right\}, \quad \hat{x} = \frac{t + t_1}{t_1}; \quad (5.30)$$

$$M = \frac{Q}{S} \approx \frac{\sqrt{B\pi}}{\varepsilon_m} N_m \tau L(B) = \frac{\pi B \tau}{\varepsilon_m^2} \exp\left(\frac{4}{3}B\right) L^2(B). \quad (5.31)$$

Безразмерный параметр B зависит от ε_m ; для критического реактора значение B в практически интересных случаях всегда больше 2. Поэтому точность соотношения (5.31) более чем удовлетворительна для практических расчетов. Можно рекомендовать опускать множитель $L^2(B)$ и тогда

$$M = \frac{Q}{S} \approx \frac{3,35}{\alpha^{1/2} v \varepsilon_m^{1/2}} \exp\left(\frac{4}{3}B\right). \quad (5.32)$$

Это выражение дает значение фактора M с погрешностью не хуже 5% для $B > 2$.

Параметры критического реактора. Используя выражение для M из табл. 5.1, можно записать критическое условие для

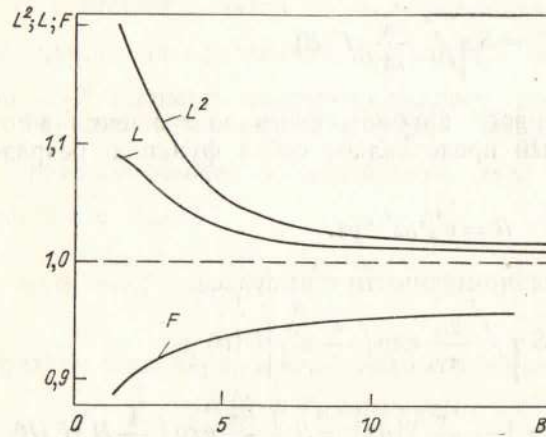


Рис. 5.4. Функции безразмерного параметра $B = \epsilon_m^{3/2} / \alpha^{1/2} v \tau$, используемые для точного аналитического расчета импульса мощности

ИРПД в рамках одноточечной модели в соответствии с формулами (5.10), (5.11) или (5.9), определяющее значение равновесной импульсной надкритичности ϵ_{m0} . Для параболической зависимости $\epsilon(t)$ и для частоты модуляции реактивности $n > 1 \text{ с}^{-1}$ оно выглядит так:

$$\frac{\pi \beta n L^2 (B)}{\alpha^{1/2} v \epsilon_m^{1/2}} \exp\left(\frac{4}{3} B\right) + \frac{\beta}{|\epsilon_{m0} - \Delta k_{MP}|} = 1. \quad (5.33)$$

Для $B > 2$ и $\beta / (\Delta k_{MP} - \epsilon_m) \ll 1$ используется приближенное уравнение

$$\frac{3,35 n \beta \exp\left(\frac{4}{3} B\right)}{\alpha^{1/2} v \epsilon_m^{1/2}} = 1. \quad (5.33')$$

При частоте пульсации реактора $n < 1 \text{ с}^{-1}$ левую часть уравнения (5.33') нужно дополнить множителем $\Phi(n)$ (см. рис. 5.1). Рис. 5.5 можно пользоваться для графического определения равновесной импульсной надкритичности ϵ_{m0} .

Длительность вспышки ИРПД в равновесном режиме очень слабо зависит от импульсной надкритичности, а именно, как $\epsilon_m^{1/4}$ (см. табл. 5.1). Поэтому полезно запомнить приближенную формулу для $\theta_{1/2}$, которая получена при значениях параметра $B = 4$ (как правило, в равновесном режиме $B = 2 \div 8$):

$$\theta_{1/2} \approx 1,4 (\tau / \alpha v^2)^{1/2}. \quad (5.33'')$$

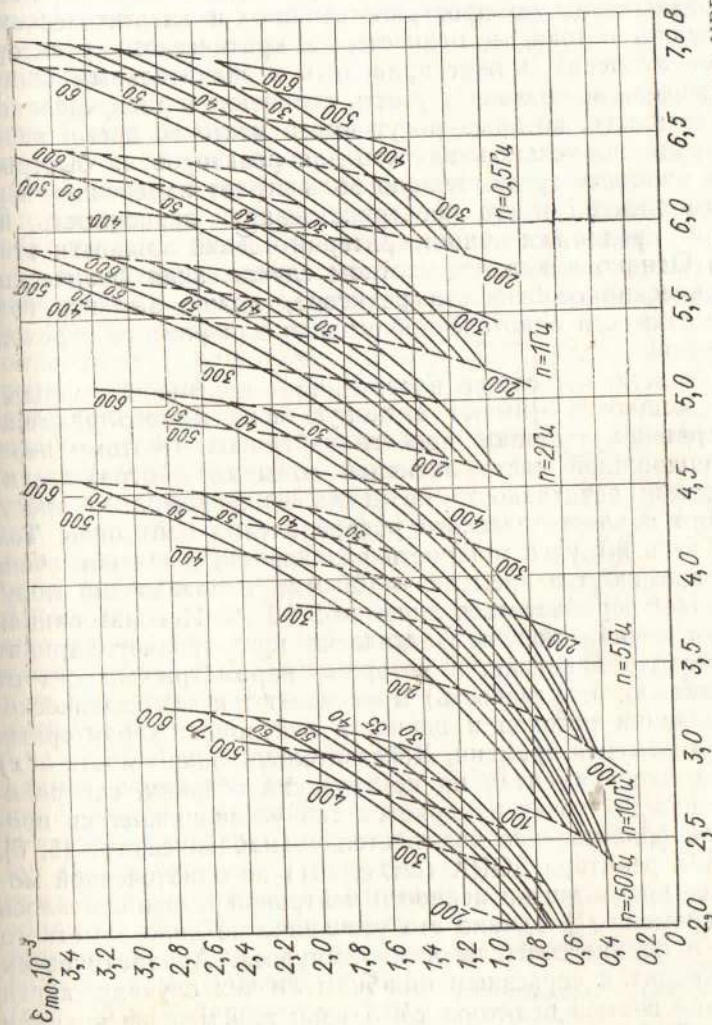


Рис. 5.5. Графики для нахождения значения равновесной импульсной надкритичности ИРПД ϵ_{m0} и параметра B . Пунктирные линии соответствуют указанным значениям величины $\alpha^{1/2} v$, сплошные — величины τ , 10^{-9} с . Каждое семейство кривых относится к указанной частоте пульсации реактивности n

За последние годы накоплено достаточно много расчетного и экспериментального материала, доказывающего, что применение одноточечной модели кинетики с фиксированными параметрами, усредненными по пространственному и энергетическому распределению потока и ценности в критическом реакторе (уравнение Усачева), может приводить к значительным ошибкам. Эта модель не позволяет учесть изменение в распределении потока и ценности, которые могут иметь место во время переходного процесса. Установлено, что для реакторов на быстрых нейтронах наиболее существенную роль играет изменение энергетического спектра и его пространственная зависимость, но пока еще не предложен общий критерий оценки важности этих эффектов. Однако в каждом частном случае, зная физические и геометрические особенности реактора, можно выявить границы применимости одноточечной модели для расчета переходных процессов.

ИРПД вследствие своего назначения — получения коротких всплесков мощности — имеют активную зону малого размера, который сравним с длиной пробега нейтронов. Поэтому перемещение подвижной части активной зоны (или отражателя) при модуляции реактивности не искажает значительно пространственного и энергетического распределения нейтронов. Тем более, что весь импульс мощности развивается в течение очень короткого промежутка времени ~ 100 мкс, и подвижный модулятор успевает переместиться лишь на 2—3 см. Используемая ранее одноточечная модель фактически представляет вариант точечной модели кинетики, в котором параметры зависят от времени (именно, реактивность) и вычисляются для статического распределения потоков и ценности нейтронов, характерных для данного момента времени. Действительно, зависимость $k(x)$ находится в экспериментах на критических сборках, где реактивность в каждой точке измеряется для установившегося процесса. Такое приближение называется «адиабатическим» [5, 6]. При расчетах реактора SORA (см. с. 101) по одноточечной модели среднее время жизни ценности нейтронов также считалось функцией времени [7], однако это уточнение не дало заметного изменения в оценке длительности импульса. Адиабатическая модель приводит к серьезным ошибкам в тех случаях, когда «мгновенный» период реактора τ/ϵ близок или меньше времени жизни нейтронов в какой-либо части реактора. Такое положение может иметь место в ИРПД с водяным наружным замедлителем или с водяным охлаждением. Наличие сильнозамедляющих зон в реакторе с быстрым спектром заметно увеличивает среднее время жизни нейтронов. Это увеличение вызывается

относительно малым числом медленных нейтронов, «живущих», однако, весьма долгое время, сравнимое с полной длительностью импульса мощности. Эти нейтроны «запаздывают» в активную зону по отношению к быстрым нейтронам. Большая часть их вызывает деления лишь после окончания импульса, в то время как одноточечное уравнение кинетики не учитывает этого факта. Одноточечная модель дает слишком длинный импульс с малой амплитудой; в действительности импульс много короче и имеет большую амплитуду, а хвост импульса затянут.

Интуитивно ясно, что для улучшения точности расчетов по одноточечной модели среднее время жизни ценности нейтронов τ следует рассчитывать без учета нейтронов, время жизни которых порядка ожидаемой длительности импульса. Однако не всегда понятно, каким образом это делать. Поэтому приходится обращаться к более сложным моделям кинетики.

В настоящее время наиболее реальными методами расчета кинетики сложных систем считаются методы связанных зон [8, 9]. Особенно точно они описывают кинетику реактора, который может быть априори разделен на ряд зон, слабо взаимодействующих между собой. Уравнение реактора для мгновенных нейтронов сводится тогда к дифференциальным уравнениям первого порядка, число которых равно числу зон. Возможен многогрупповой подход; тогда число уравнений возрастает в m раз, если m — число энергетических групп.

В ИРПД с наружным водяным замедлителем последний можно выделять в отдельную пространственную зону; в энергетическом спектре присутствуют три характерные области: быстрая, промежуточная и тепловая. Именно поэтому для реактора SORA (рис. 5.6) параметры импульса в критическом состоянии были обчислены на основе двухточечной трехгрупповой модели кинетики [10].

Запишем связанные уравнения кинетики для такой модели:

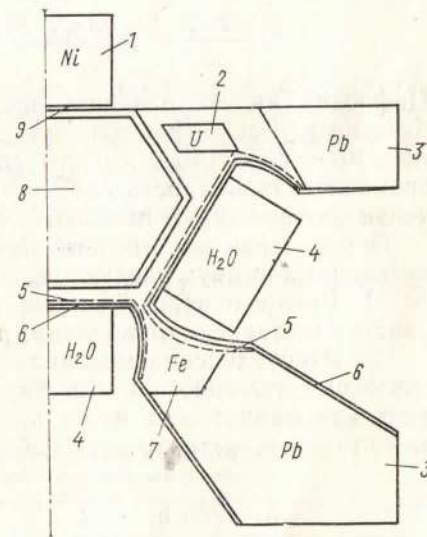


Рис. 5.6. Схема реактора SORA для расчета параметров импульса в S_n -приближении (половина горизонтального сечения):

1 — подвижный отражатель; 2 — регулирующийся блок из урана; 3 — свинцовая защита; 4 — водяной замедлитель; 5 — борный фильтр толщиной 5 мм; 6 — кадмиевый экран толщиной 1 мм; 7 — стальной отражатель; 8 — активная зона; 9 — стенка активной зоны

активная зона:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_{1c}}{dt} &= \frac{k_1(1-\beta)-1}{l_{1c}} n_{1c} + \frac{k_2(1-\beta)}{l_{2c}} n_{2c} + \frac{k_3(1-\beta)}{l_{3c}} n_{3c} + \\ &+ \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i; \\ \frac{dn_{2c}}{dt} &= p_{12c} \frac{n_{1c}}{l_{1c}} - \frac{n_{2c}}{l_{2c}}; \\ \frac{dn_{3c}}{dt} &= p_{13c} \frac{n_{1c}}{l_{1c}} + p_{23c} \frac{n_{2c}}{l_{2c}} - \frac{n_{3c}}{l_{3c}}; \\ \frac{dC_i}{dt} &= \beta_i \left(\frac{k_1 n_{1c}}{l_{1c}} + \frac{k_2 n_{2c}}{l_{2c}} + \frac{k_3 n_{3c}}{l_{3c}} \right) - \lambda_i C_i; \end{aligned} \right\} (5.34)$$

замедлитель:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_{1s}}{dt} &= -\frac{n_{1s}}{l_{1s}}; \\ \frac{dn_{2s}}{dt} &= p_{12s} \frac{n_{1s}}{l_{1s}} - \frac{n_{2s}}{l_{2s}}; \\ \frac{dn_{3s}}{dt} &= p_{13s} \frac{n_{1s}}{l_{1s}} + p_{23s} \frac{n_{2s}}{l_{2s}} - \frac{n_{3s}}{l_{3s}}. \end{aligned} \right\} (5.34')$$

Цифровой индекс означает энергетическую группу нейтронов, буквенный — пространственную зону; l — время жизни нейтронов, p_{jk} — вероятность межгруппового перехода нейтронов; n — временная зависимость плотности нейтронов; остальные обозначения соответствуют принятым в книге.

Определение параметров связи k_j , $p_{jhc, s}$ и $l_{jhc, s}$ сравнительно несложно при двух следующих предположениях.

1. Распределение быстрых нейтронов по энергии и пространству не зависит от времени: $n_{1s}/n_{1c} = \text{const}$.

2. Распределение медленных нейтронов удовлетворяет критическому условию в стационарном состоянии, которое получается приравниванием нулю производных в уравнениях (5.34) для второй и третьей групп нейтронов:

$$\begin{aligned} p_{12c} \frac{n_{1c}}{l_{1c}} &= \frac{n_{2c}}{l_{2c}}; & p_{12s} \frac{n_{1s}}{l_{1s}} &= \frac{n_{2s}}{l_{2s}}; \\ \sum_{j=1}^2 p_{j3c} \frac{n_{jc}}{l_{jc}} &= \frac{n_{3c}}{l_{3c}}; & \sum_{j=1}^2 p_{j3s} \frac{n_{js}}{l_{js}} &= \frac{n_{3s}}{l_{3s}}. \end{aligned}$$

Уравнения (5.34) были решены численно (см. работу [10]) с параметрами связи, вычисленными для критического реактора в стационарном состоянии:

$$k_1 = \frac{(1, f_1 n_1^0)_c}{(1, k_1 n_1^0)_c}; \quad k_2 = \frac{(\omega, f_2 n_2^0)_c}{(\omega, p_{12} k_1 n_1^0)_c};$$

$$\begin{aligned} k_3 &= \frac{(\omega, f_3 n_3^0)_c}{(\omega, p_{13} k_1 n_1^0)_c + (\omega, p_{23} k_2 n_2^0)_c}; & l_{jc} &= k_j \frac{(\omega, n_j^0)_c}{(\omega, f_j n_j^0)_c}; \\ p_{kjc} &= k_k \frac{(\omega, p_{kj} k_k n_k^0)_c}{(\omega, f_k n_k^0)_c}; & l_{2s} &= \frac{(\omega, n_2^0)_s}{(\omega, p_{12} k_1 n_1^0)_s}; \\ l_{3s} &= \frac{(\omega, n_3^0)_s}{(\omega, p_{13} k_1 n_1^0)_s + (\omega, p_{23} k_2 n_2^0)_s}; & \frac{p_{12s}}{l_{1s}} &= \frac{(\omega, p_{12} k_1 n_1^0)_s}{(\omega, n_1^0)_s}; \\ p_{kjs} &= l_{ks} \frac{(\omega, p_{kj} k_k n_k^0)_s}{(\omega, n_k^0)_s}. \end{aligned}$$

Здесь $n_j^0(r, E, \Omega)/4\pi$ — дифференциальная плотность нейтронов в критическом реакторе; ω — функция ценности; $f(E)$ — спектр нейтронов деления;

$$I_j n_j^0 = \int dE d\Omega v \nu_f(r, E) v n_j^0(r, E, \Omega)/4\pi;$$

$$(\omega, y)_z = \int_z dr \int dE \int d\Omega \omega(r, E, \Omega) y(r, E, \Omega, t).$$

Распределение плотности нейтронов n_j^0 и ценность ω рассчитывались в s_n -приближении для двумерной схемы реактора (см. рис. 5.6); коэффициент размножения быстрых нейтронов в активной зоне k_1 считался зависящим от времени:

$$k_1 = \begin{cases} k_{1m} - \alpha \omega^2 t^2 & \text{во время импульса,} \\ k_{10} & \text{между импульсами.} \end{cases}$$

Значение k_{1m} соответствовало равносному импульсному режиму и определялось из критического условия

$$\frac{M\beta}{T_p} + \frac{\beta k_0}{k_0(1-\beta) - 1} = 1,$$

Таблица 5.2

Параметры импульса быстрых нейтронов реактора SORA, рассчитанные по разным моделям кинетики

Параметр	Состав экрана между активной зоной и замедлителем (толщина, мм)	Модель кинетики		
		Одноточечная	Одноточечная без учета тепловых нейтронов	Двухточечная трехгрупповая
N_{1m}/\bar{N}	Cd (1) $^{10}\text{B}/\text{Cd}$ (5/1)	48 151	106 151	50,6 121
θ_1 , мкс	Cd (1) $^{10}\text{B}/\text{Cd}$ (5/1)	151 45	66 45	139 54,7

где

$$M = \frac{1}{\sum_i \lambda_i C_{i0}} \int dt \sum_j \frac{k_j n_{jc}}{l_{jc}}$$

— фактор размножения в импульсе, а

$$k_0 = k_{10} + p_{12c} k_2 + (p_{13c} + p_{12c} p_{23c}) k_3$$

— коэффициент размножения нейтронов между импульсами.

Результаты расчета параметров импульса быстрых нейтронов в реакторе SORA для двух составов экрана между активной зоной и водяным замедлителем даны в табл. 5.2. Основной вывод: одноточечная модель дает погрешность в оценке N_m и θ для экранированной активной зоны $\sim 10-20\%$, причем при плохой экранировке активной зоны от тепловых нейтронов (кадмиевый экран толщиной 1 мм) длительность импульса одноточечной модели завышается*, а при хорошей экранировке — занижается. Однако даже во втором случае в реакторе SORA около 1% делений вызывается медленными нейтронами. Разумеется, что при полной экранировке отличия в результатах одно- и двухточечной моделей не должно было бы быть.

Выше сравнивались характеристики ИРПД в разных приближениях для реактора, находящегося в равновесном режиме. Несовпадение расчетов нестационарных процессов по различным моделям больше, чем для статистики. Мгновенное изменение мощности при скачке реактивности и скорость разгона ИРПД на запаздывающих нейтронах определяются значением комплекса $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial \epsilon_m}$. При расчете реактора SORA было найдено, что в многогрупповой модели более детальное разбиение на группы увеличивает значение $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial \epsilon_m}$ [11]. Аналогичный результат отмечен при расчетах ИБР-30 (рис. 5.7). Особенно значительны расхождения в энергии импульса, рассчитанной в разных приближениях, при больших надкритичностях. Поэтому применение сложных и более реалистических моделей кинетики может оказаться целесообразным в расчетах аварийных режимов.

Наибольшие трудности при использовании связанных уравнений кинетики возникают из-за неопределенности выбора числа зон и групп и расчета параметров связи. Методы статистического моделирования, которые теперь уже уверенно завое-

* В излагаемом методе расчета не учитывается чистое время запаздывания прихода медленных нейтронов в активную зону. Вследствие этого значение θ при плохом экранировании активной зоны от тепловых нейтронов, по-видимому, сильно завышено [имеется в виду $\theta_1 = 139$ мкс (см. табл. 5.2)], а N_m — занижено. На самом деле значение θ_1 должно быть ближе к значению, полученному по одноточечной модели без учета тепловых нейтронов.

вали первенство среди прочих методов расчета реакторов небольшого размера, дают возможность устранить или, по крайней мере, значительно уменьшить эти трудности. Один из методов расчета переходных процессов с использованием данных статистического моделирования, названный *эффективной одноточечной моделью* [12], в какой-то мере близок к методу связанных зон. Вкратце изложим принцип этого метода, который применялся к расчету реактора ИБР. Зависимость скорости генерации нейтронов в реакторе (мощности) от времени можно выразить интегральным уравнением

$$N(t) = \int_0^{\infty} d\vartheta \{ N(t-\vartheta) \cdot k(t-\vartheta) P(t-\vartheta, \vartheta) + S(t-\vartheta) k_s(t-\vartheta) P_s(t-\vartheta, \vartheta) \}, \quad (5.35)$$

где $k(t)$ — динамический коэффициент размножения нейтронов в момент времени t ; $P(t', t-t')$ — динамическая плотность распределения вероятности вторичного деления нейтронами по времени, если первичное деление имело место в момент t' ; очевидно, $\int_0^{\infty} P(t', t-t') d(t-t') = 1$; $k_s(t)$ и $P_s(t', t-t')$ — аналогичные функции для нейтронов источника.

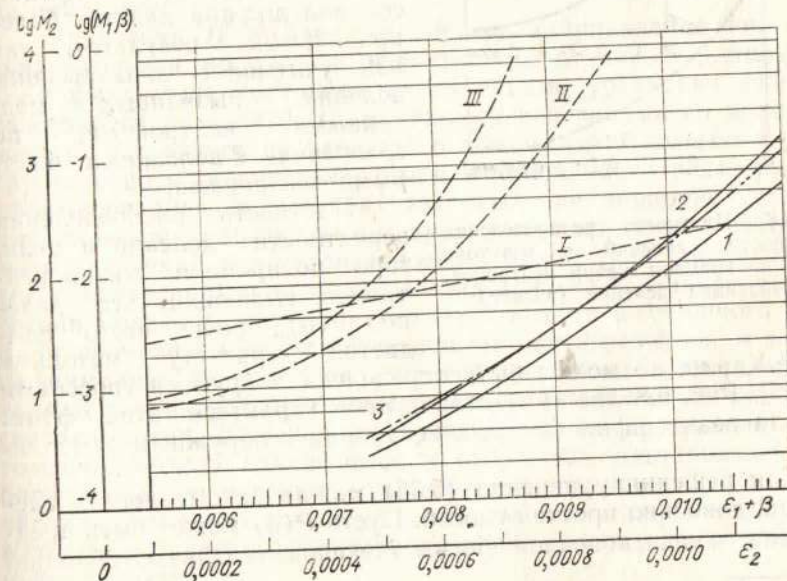


Рис. 5.7. Фактор размножения нейтронов в импульсе M как функция максимальной реактивности ϵ для разных кинетических моделей: реактор SORA (ордината $\lg M, \beta$, абсцисса $\epsilon_1 + \beta$): 1 — одноточечная одnogрупповая модель (для этой кривой ось абсцисс следует сдвинуть влево на 0,007); 2 — одноточечная двухгрупповая модель; 3 — одноточечная двухгрупповая модель без учета тепловых нейтронов; ИБР-30 (ордината $\lg M, \beta$, абсцисса ϵ_2): 1 — одноточечная одnogрупповая модель, $\tau = 1,6 \cdot 10^{-8}$ с; 2 — эффективная одноточечная модель, $\tau = 1,6 \cdot 10^{-8}$ с; 3 — одноточечная модель, $\tau = 1,46 \cdot 10^{-8}$ с

Уравнение (5.35), строго говоря, неприменимо для нахождения $N(t)$, так как само ядро уравнения содержит пространственно-временную зависимость скорости генерации нейтронов $N(x, t)$ в функциях k и P . Однако если вместо динамического значения k и P использовать их статические значения*, то ядро уравнения (5.35) станет явной функцией времени и само уравнение примет вид интегрального уравнения**:

$$N(t) = k(t) \int_0^{\infty} d\vartheta \left\{ N(t - \vartheta) P(\vartheta) + \frac{k_s}{k} S(t - \vartheta) P_s(\vartheta) \right\}. \quad (5.36)$$

Статическая плотность распределения вероятности делений по времени между делениями $P(\vartheta)$ рассчитывается для критического реактора, а коэффициент размножения определяется для равновесного распределения плотности делений в каждый момент времени. Такая модель кинетики является, в сущности, одноточечной моделью, но для быстрых переходных процессов она должна давать более правильный результат, так как учитывает запаздывание делений, вызванных медленными нейтронами, по сравнению с делениями быстрыми нейтронами.

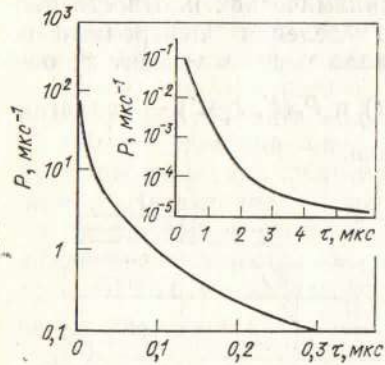


Рис. 5.8. Плотность распределения вероятности делений в реакторе ИБР-2 по времени жизни нейтронов, вызывающих деление (расчет)

Плотность распределения вероятности делений в реакторе по времени жизни нейтронов, вызвавших это деление $P(\vartheta)$, проще всего поддается расчету методами Монте-Карло, но может быть определена и другими способами [14—17]. Рис. 5.8 дает представление о характере этой функции для реактора на быстрых нейтронах с наружным замедлителем.

Для решения уравнения (5.36) можно рекомендовать следующий довольно простой способ. Пусть $P(\vartheta)$ может быть представлена в виде конечной суммы I экспоненциальных функций

* Определение динамического и статического коэффициента размножения можно найти в книге Д. Вейнберга, Е. Вигнера «Физическая теория ядерных реакторов» (Пер. с англ. Под ред. Я. В. Шевелева. М., Изд-во иностр. лит., 1961, с. 503).

** Такая же запись уравнений кинетики использовалась в работе [13].

и пусть $P_s = P$:

$$P(\vartheta) = P_s(\vartheta) = \sum_{i=1}^I \alpha_i \gamma_i \exp(-\alpha_i \vartheta).$$

Замена $n_i = \int_{-\infty}^t \left\{ k(t') N(t') + \frac{k_s}{k} S \right\} \alpha_i \gamma_i \exp(-\alpha_i \vartheta) dt'$ сводит урав-

нение (5.36) к системе дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dn_i}{dt} = -\alpha_i n_i + \alpha_i \gamma_i k \sum_{j=1}^I n_j + \alpha_i \gamma_i \frac{k_s}{k} S. \quad (5.37)$$

По определению $\sum_{i=1}^I n_i = N(t)$. Если $P(\vartheta) = a \exp(-a\vartheta)$, то вместо (5.37) получается уравнение кинетики в обычном виде:

$$\frac{dN}{dt} = \alpha(k-1)N + \alpha k_s S.$$

Очевидно, что $\int_0^{\infty} \vartheta P(\vartheta) d\vartheta = \frac{1}{\alpha} = \tau$ — среднее время жизни поколения нейтронов; $k_s S$ — интенсивность эффективного источника нейтронов.

Уравнения (5.37) внешне похожи на уравнения кинетики связанных зон, но по сути дела отличны от них. В данной модели фактически составляются отдельные уравнения для интенсивности делений $n_i(t)$, вызванных нейтронами со временем жизни $1/\alpha_i$; ничего не известно о том, к какой энергетической группе относятся эти нейтроны и в какой части реактора они сформировались. В методах связанных зон априорно устанавливаются пространственные и энергетические зоны и составляются уравнения для интенсивности делений (или плотности потоков нейтронов) в каждой из этих зон. Эффективная одноточечная модель не дает, конечно, зависимости нейтронного потока от времени в какой-либо отдельной части реактора, а только информацию о кинетике делений во всем реакторе, что является недостатком этого метода в сравнении с методами связанных зон. Большое же преимущество эффективной одноточечной модели заключается в отсутствии альтернативы выбора числа зон и групп, если известна функция $P(\vartheta)$; таким образом, исключаются ошибки, которые возможны при неправильном разделении реактора на зоны и определении коэффициентов связи.

С помощью эффективной одноточечной модели определялись параметры ИБР. Форма импульса мощности реактора для равновесного режима, рассчитанная по этой модели, практически не отличается от формы, рассчитанной по одноточечной модели, и от экспериментальной формы импульса (рис. 5.9).

Это объясняется очень хорошей экранировкой активной зоны от медленных нейтронов замедлителя — лишь $2 \cdot 10^{-4}$ доли вторичных делений происходит спустя 1—10 мкс и более после первичного деления.

Несколько слов о методе решения связанных уравнений кинетики и уравнений эффективной точечной модели в применении к ИРПД. Аналитическое решение их практически невозможно

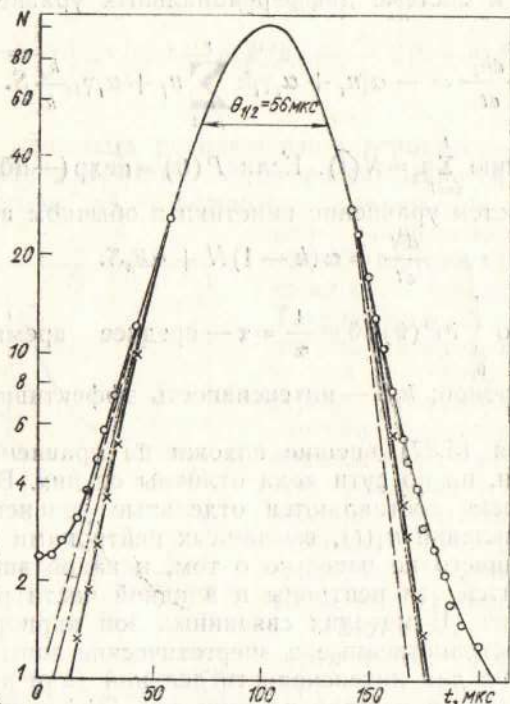


Рис. 5.9. Форма импульса мощности ИБР:

— — — расчет по односточечной модели; — — — — расчет по эффективной односточечной модели; ○ — эксперимент; × — экспериментальные значения за вычетом фона; все кривые нормированы по максимальному значению

для квадратичной зависимости $k(t)$. Хорошие результаты дают стандартные численные методы, например метод Рунге — Кутты. Шаг вычислительной сетки выбирается, исходя из значений времени жизни нейтронов в отдельных зонах или группах. Достаточная для практических расчетов точность получается, если шаг интегрирования превышает самое меньшее из l_{jkm} в методе связанных зон (или $1/\alpha_i$ в эффективной односточечной модели) не более чем в 10 раз. За время вспышки на мгновенных нейт-

ронах количество шагов интегрирования может достигать 10^4 — 10^5 ; вследствие этого вычисление $N(t)$ во время импульса лучше всего отделить от решения между импульсами. В промежутке между импульсами достаточно интегрировать лишь уравнения для запаздывающих нейтронов, которые допускают больший шаг интегрирования, а плотность делений вычислять в квазистатистическом приближении.

Выводы. 1. Одноточечное уравнение кинетики можно с успехом применять для расчета формы и энергии импульса мощности ИРПД в равновесном режиме и переходных процессах при малых надкритичностях, если активная зона надежно экранирована от медленных нейтронов замедлителя (доля делений на медленных нейтронах меньше 10^{-3}).

2. Расчет мощности больших аварийных импульсов, а также нормальных импульсов, в случае плохой экранировки активной зоны от медленных нейтронов (когда более 0,1% делений вызывается медленными нейтронами) лучше производить в многогрупповом и многозонном приближении или приближении эффективной односточечной модели.

§ 5.6. ИМПУЛЬС МОЩНОСТИ В ПОДКРИТИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

При анализе процесса выхода ИРПД на импульсную критичность, а также для оценки амплитуд побочных импульсов мощности* важно знать связь характеристик импульса с реактивностью ИРПД. Проведем рассмотрение в рамках односточечной модели кинетики.

Область $\epsilon_m \leq -10^{-3}$. Для отрицательных значений максимальной реактивности в импульсе в широких пределах изменения ϵ_m применимо квазистационарное решение уравнения (5.24):

$$N(t) = S / |\epsilon(t)|. \quad (5.38)$$

Очевидно, условие применимости соотношения (5.38) следующее:

$$\left| \frac{dN}{dt} \right| \ll \frac{S}{\tau} \quad (5.39)$$

Подставляя квазистационарное решение в условие (5.39), получаем

$$\left| \frac{1}{\epsilon^2} \cdot \frac{d\epsilon}{dt} \right| \ll \frac{1}{\tau}. \quad (5.40)$$

Скорость изменения реактивности $d\epsilon/dt$ ограничена сверху зна-

* «Побочные» импульсы мощности возникают при модуляции реактивности двумя (или более) подвижными элементами (см. гл. 6).

чением 10^1-10^2 с^{-1} , а значение τ в реакторах на быстрых нейтронах обычно порядка 10^{-8} с . Следовательно, соотношение (5.40) будет справедливо при $|\epsilon| > (1-5) \cdot 10^{-3}$.

Для примера на рис. 5.10 приведены кривые зависимости мгновенной мощности от времени для импульса мощности в реакторе с $\tau=4 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ и для разных $\epsilon_m \leq 0$, рассчитанные по формуле (5.38) и непосредственно численно из уравнения кинетики

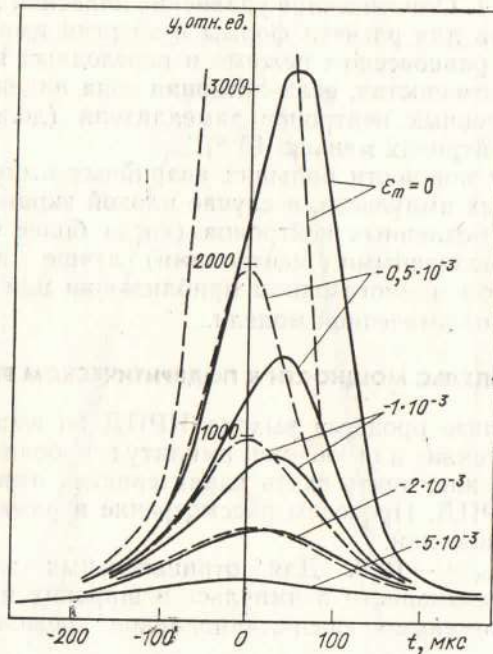


Рис. 5.10. Импульсы мощности в области отрицательных значений максимальной реактивности ϵ_m (реактор ИБР-2). $y=N/S$ — мгновенное значение мощности:

— точный численный расчет по одноточечной модели; --- «квасистатическое» приближение к решению одноточечного уравнения

тики. Импульс реактивности описывался следующей параболическо-линейной функцией:

$$\epsilon(t) = \begin{cases} \epsilon_m - \alpha v^2 t^2, & |t| \leq t_a; \\ \epsilon_m + \alpha v^2 t_a^2 - 2\alpha v^2 t_a t, & t_\phi > t \geq t_a; \\ \epsilon_m + \alpha v^2 t_a^2 + 2\alpha v^2 t_a t, & -t_\phi < t \leq -t_a; \\ \epsilon_m - \Delta k_{MP}, & |t| > t_\phi. \end{cases} \quad (5.41)$$

Значения параметров: $\alpha v^2 = 1,7 \cdot 10^5 \text{ с}^{-2}$; $t_a = 160 \text{ мкс}$; $t_\phi =$

$= 999 \text{ мкс}$; $\Delta k_{MP} = 5 \cdot 10^{-2}$. Момент $t=0$ соответствовал максимальному значению реактивности.

Полная энергия импульса

$$Q_0 = \int_{-t_\phi}^{t_\phi} N(t) dt = \int_{-t_\phi}^{t_\phi} \frac{S}{|\epsilon(t)|} dt = 2 \int_{-t_\phi}^{-t_a} \frac{S}{|\epsilon(t)|} dt + \\ + 2 \int_{-t_a}^0 \frac{S}{|\epsilon(t)|} dt = S \frac{1}{\alpha v^2 t_a} \ln \frac{|\epsilon_m| + \Delta k_{MP}}{|\epsilon_m| + \alpha v^2 t_a^2} + \\ + \frac{2S}{\sqrt{|\epsilon_m| \alpha v^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\alpha v^2 t_a^2}{|\epsilon_m|}} \quad (5.42)$$

рассчитывается в квазистационарном приближении с большей точностью, чем мгновенная мощность. Для импульса реактивности с приведенными выше параметрами и $\epsilon_m = -1 \cdot 10^{-3}$ отклонение приближенного значения мгновенной мощности от точного около 20%, в то время как энергия импульса получается с погрешностью 1,8%. Полуширина импульса при $\epsilon_m \leq -1 \cdot 10^{-3}$ определяется, очевидно, из соотношения

$$\epsilon(\theta_{1/2}/2) = 2\epsilon_m.$$

Если параболическая зависимость $\epsilon(t)$ сохраняется до $t = \theta_{1/2}/2$ то

$$\theta_{1/2} = 2 \sqrt{|\epsilon_m| / \alpha v^2} \quad (5.43)$$

(см. [18]).

Область $-1 \cdot 10^{-3} < \epsilon_m \leq 0$. При $\epsilon_m \sim 0$ пик мгновенной мощности в импульсе запаздывает по отношению к максимуму реактивности. Заметный сдвиг проявляется при $\epsilon_m \approx -1 \cdot 10^{-3}$ и увеличивается с приближением реактора к мгновенной критичности. В области значений максимальной реактивности $-1 \cdot 10^{-3} < \epsilon_m < 0$ аналитическое решение весьма громоздко и неудобно. Однако параметры импульса реактора в интервале $[-1 \cdot 10^{-3}, 0]$ меняются не столь значительно; для практических расчетов энергии импульса достаточно будет интерполяция между квазистатическим решением при $\epsilon_m = -1 \cdot 10^{-3}$ и приближенной аналитической формулой при $\epsilon_m = 0$:

$$Q_\infty(0) = \frac{3,84S}{(\alpha v^2 \tau^{1/2})^{2/3}} \quad (5.44)$$

Полуширина импульса мощности при $\epsilon_m = 0$

$$\theta_{1/2} = 1,98 (\tau / \alpha v^2)^{1/2}. \quad (5.45)$$

Вывод формул (5.45) и (5.44). Пусть момент времени $t=t_0$ соответствует максимуму мощности, $t=0$ — максимуму реактивности. Из уравнения

(5.24) следует, что

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_{t=0} = \max \left(\frac{dN}{dt} \right) = \frac{S}{\tau}.$$

Предположим, что в интервале $[0, t_0]$ функция $N(t)$ имеет форму кривой Гаусса:

$$N = N_m \exp \left[-\frac{4 \ln 2}{\theta^2} (t - t_0)^2 \right].$$

Максимальное значение производной от функции Гаусса достигается при

$$t_0 = \theta / 2 \sqrt{2 \ln 2}. \quad (5.46)$$

Введем приближенное соотношение

$$\frac{N(t_0)}{\theta} \approx \left. \frac{dN}{dt} \right|_{t=0} = \frac{S}{\tau}. \quad (5.47)$$

Имея в виду очевидное равенство

$$N(t_0) = S / \alpha v^2 t_0^2$$

[следует из уравнения (5.24) при $dN/dt=0$], получаем из (5.46) и (5.47)

$$t_0 \approx \sqrt[3]{\tau / 2,35 \alpha v^2}. \quad (5.48)$$

Численный анализ показал, что t_0 из (5.48) отличается от точного значения сдвига пика мощности относительно максимума реактивности на $\sim 1\%$. После введения поправки выражение для максимальной мощности запишется так:

$$N(t_0) = \frac{S}{\alpha v^2 t_0^2} = \frac{1,82 S}{(\alpha v^2 \tau^2)^{1/3}}. \quad (5.49)$$

Полуширина импульса из (5.48) и (5.46)

$$\theta_{1/2} = 1,98 (\tau / \alpha v^2)^{1/3},$$

а энергия импульса

$$Q_\infty(0) \approx N(t_0) \theta_{1/2} \cdot 1,065 = \frac{3,84 S}{(\alpha v^2 \tau^{1/2})^{2/3}}.$$

(получена интегрированием гауссовой кривой с полушириной $\theta_{1/2}$).

Область $\epsilon_m > 0$. Переход реактора в область надкритичности на мгновенных нейтронах ($\epsilon_m > 0$) ведет к быстрому росту мгновенной мощности. Здесь применимы соотношения, выведенные в § 5.4. Нужно иметь в виду, что интенсивность источника нейтронов S в уравнении (5.24) — это интенсивность эффективного внешнего источника (при пуске реактора) либо источника запаздывающих нейтронов (если рассматривается побочный импульс мощности).

Вообще говоря, при анализе реактора весьма полезно иметь заранее рассчитанные функции $Q/S = M(\epsilon_m)$, $\theta(\epsilon_m)$, $N_m(\epsilon_m)$. Однажды проведенный численный расчет намного упрощает последующие варианты физические, динамические и прочие расчеты реактора.

ГЛАВА 6

МОДУЛЯЦИЯ РЕАКТИВНОСТИ В ИРПД

Под *модуляцией реактивности* понимается периодическое изменение реактивности, которое накладывается на постоянную составляющую, называемую *базовой реактивностью*. Пульсирующий периодический режим работы ИРПД обеспечивается внешней модуляцией реактивности с помощью специального устройства, которое назовем *модулятором реактивности* — МР.

§ 6.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МОДУЛЯТОРОВ РЕАКТИВНОСТИ

МР ИРПД должен удовлетворять определенным требованиям как с точки зрения получения хороших характеристик импульса реактора, так и с точки зрения стабильной и безопасной работы ИРПД. В гл. 5 получено выражение для длительности импульса мощности ИРПД:

$$\theta_{1/2} = 2,35 \sqrt{\tau / \gamma},$$

где γ — скорость изменения реактивности в момент времени, когда мощность реактора достигает максимума. Значит, МР должен давать высокую скорость изменения реактивности для получения короткой вспышки нейтронов. Доля делений в реакторе, приходящихся на вспышку, равна

$$\frac{Q_0}{Q_\tau} = 1 - \frac{\beta_{\text{эф}}}{|\epsilon_\Phi|} = 1 - \frac{\beta_{\text{эф}}}{|\epsilon_m - \Delta k_{\text{МР}}|}, \quad (6.1)$$

где $\Delta k_{\text{МР}}$ — глубина модуляции реактивности. Анализируя соотношение (6.1), убеждаемся, что глубина модуляции реактивности должна составлять по крайней мере 10β ; в этом случае 90% нейтронов генерируется во время импульсов, а остальные 10% — между импульсами (величина ϵ_m обычно меньше β , и ею можно пренебречь в сравнении с $\Delta k_{\text{МР}}$).

Итак, к МР предъявляются следующие требования: 1) большая скорость изменения реактивности в момент вспышки; 2) большая глубина модуляции реактивности ($\Delta k > 10\beta$). Импульс ИРПД весьма чувствителен к изменению параметров реактора: уровня реактивности, скорости изменения реактивности, времени жизни нейтронов. Из-за возможной неста-